

Université de
Sherbrooke

Département de mathématiques
MAT 115 – Logique et mathématiques discrètes

Plan d'activité pédagogique

Automne 2021

Enseignant

Marc Frappier

Courriel : marc.frappier@usherbrooke.ca

Local : D4-1010-08

Téléphone : +1 819 821-8000 x62096

Disponibilités : Sur rendez-vous par courriel

Responsable(s) : Direction du département

Site web du cours : [P:\Cours\MAT115](#)

Horaire

| | | | | |
|-------------------|--------------------------|----------|---------------|--------------------|
| Groupe 1 : | Exposé magistral : | Lundi | 15h30 à 17h20 | salle D7-3021 |
| | Exercices/laboratoires : | Mercredi | 8h30 à 10h20 | salle D4-1023/1017 |
| Groupe 2 : | Exposé magistral : | Lundi | 15h30 à 17h20 | salle D7-3021 |
| | Exercices/laboratoires : | Mercredi | 10h30 à 12h20 | salle D4-1023/1017 |

Description officielle de l'activité pédagogique¹

Cibles de formation : Acquérir la capacité d'abstraction jugée suffisante pour la poursuite d'études universitaires en sciences; se familiariser avec les différentes techniques de preuve existantes et avec les concepts fondamentaux nécessaires à la réalisation de telles preuves; être apte à mathématiser les idées exprimées dans une langue naturelle.

Contenu : Logique : calcul propositionnel et algèbre de Boole, calcul des prédicats. Dédution naturelle. Ensemble, relation, fonction, séquence : opérateurs et propriétés. Techniques de preuve : preuve par l'absurde (contradiction, contraposée), induction et déduction; induction mathématique. Automates finis déterministes et non déterministes, traduction d'un automate non déterministe en un automate déterministe, minimisation d'un automate.

Crédits 3

Organisation 2 heures d'exposé magistral par semaine
2 heures d'exercices par semaine
5 heures de travail personnel par semaine

Particularités Cette activité pédagogique se présente sous la forme d'un cours magistral avec des séances de laboratoire qui permettront l'utilisation d'outils basés sur la logique et les mathématiques discrètes.

¹<https://www.usherbrooke.ca/admission/fiches-cours/mat115>

1 Présentation

Cette section présente les cibles de formation spécifiques et le contenu détaillé de l'activité pédagogique. Cette section, non modifiable sans l'approbation du comité de programme du Département d'informatique, constitue la version officielle.

1.1 Mise en contexte

La logique est au centre du développement des sciences et du bon fonctionnement de la société en général. L'humain est capable de raisonnement, c'est-à-dire de déduire des faits ou de nouvelles connaissances, à partir d'autres faits. On qualifie d'esprit « logique » une personne capable d'agir avec cohérence et rigueur, de *raisonner* correctement. Les mathématiques constituent le langage commun des sciences et la logique est le fondement des mathématiques. L'informatique a été fondée dans les années 30 en tentant de résoudre un problème fondamental de la logique, proposé par Hilbert et Ackermann en 1928, soit de déterminer si une formule quelconque est un théorème. Ce problème a été résolu par Alonzo Church et Alan Turing, de manière indépendante, en 1935 et 1936. Ils ont démontré que cela était impossible en général. Ces travaux ont nécessité le développement de la notion d'algorithme et d'ordinateur, sous la forme de la machine de Turing (par Turing) et du lambda calcul (par Church et Kleene). La logique date d'Aristote, mais sa version moderne date de la fin du 19e siècle et début du 20e siècle. Ses pionniers furent Boole, De Morgan, Frege, Peano, Peirce, Whitehead, Russell, Hilbert, Ackermann, Gödel, ainsi que plusieurs autres.

La logique permet principalement deux choses, soit d'exprimer de manière formelle des faits et de déduire de manière formelle de nouveaux faits. La logique est utilisée dans tous les domaines de l'informatique. Tous les langages de programmation utilisent les connecteurs (c'est-à-dire opérateurs) de la logique propositionnelle. Les méthodes les plus avancées pour déterminer la correction d'un logiciel (c'est-à-dire vérifier qu'un logiciel fait bien ce qu'il est supposé faire, vérifier qu'un logiciel est correct, vérifier qu'un logiciel ne contient pas de faute (bug)) sont fondées sur la logique. Les logiciels contrôlent maintenant une foule d'objets comme des trains, des avions, des autos, des centrales nucléaires, des stimulateurs cardiaques, des appareils de radiologie. Une erreur dans ces logiciels peut entraîner des conséquences dramatiques pour les humains et l'environnement. L'étude de leur correction est primordiale. Cela ne serait possible sans la logique. Les opérations les plus élémentaires d'un ordinateur (opérations arithmétiques) sont exprimées en logique propositionnelle. Le fonctionnement de base d'un ordinateur est fondée sur l'algèbre de Boole, qui est essentiellement la même chose que la logique propositionnelle. Une algèbre permet de faire des calculs, c'est-à-dire appliquer des opérateurs à des opérands. La logique permet aussi de faire des calculs, comme déterminer si une formule est vraie ou fautive pour une interprétation donnée, mais aussi de déduire de nouvelles formules.

1.2 Cibles de formation spécifiques

À la fin de cette activité pédagogique, l'étudiante ou l'étudiant sera capable :

1. De traduire des exigences exprimées en langue naturelle en une représentation formelle à l'aide de la logique et des mathématiques discrètes (ensemble, relation, fonction) ;
2. De manipuler des formules de logique du premier ordre à l'aide d'un outil comme ProB ou Alloy ;
3. De prouver une formule de logique du premier ordre en utilisant un système formel d'inférence comme la déduction naturelle et un outil pédagogique d'apprentissage de la preuve comme Panda ;
4. De prouver une formule de logique du premier ordre en utilisant une notation rigoureuse pour exprimer des preuves faites par un humain, comme par exemple la notation de Gries et Schneider ;
5. De modéliser des langages simples à l'aide d'automates finis déterministes ou non déterministes, de construire un automate fini déterministe à partir d'un d'automate fini non déterministe et de construire l'automate fini déterministe minimal à partir d'un d'automate fini déterministe.

1.3 Contenu détaillé

| Thème | Contenu | Nbr. d'heures | Objectifs | Travaux | Lectures |
|-------|---|---------------|--------------|---------|----------------|
| 1 | Logique propositionnelle : Syntaxe, tables de vérité, tautologies, cohérence, règles d'inférence de la déduction naturelle, preuve, formes normales conjonctive et disjonctive. | 6 | 1, 2, 3 et 4 | ✓ | Chap. 1 de [6] |
| 2 | Logique du premier ordre : Syntaxe, substitution, tautologies, règles d'inférence de la déduction naturelle, preuve. | 6 | 1,2, 3 et 4 | ✓ | Chap. 1 de [6] |
| 3 | Ensemble, relation et fonction : Opérateurs, classes de fonctions (partielle, totale, injective, surjective, bijective), propriétés des relations (réflexive, irreflexive, totale, transitive, symétrique, antisymétrique, surjective, pré-ordre, équivalence, ordre, ordre strict, bien fondée, acyclique), définition par récurrence. | 9 | 1,2, 3 et 4 | ✓ | Chap. 2 [6] |
| 4 | Autres types de preuve : Preuve par induction, preuve exprimée en langage naturel, preuve dans le style équationnel. | 9 | 1,2, 3 et 4 | ✓ | Chap. 3 [6] |
| 5 | Automates : Automates finis déterministes et non déterministes, traduction d'un automate non déterministe en un automate déterministe, minimisation d'un automate. | 9 | 5 | ✓ | Chap. 4 [6] |

1. Le cours doit comprendre au moins six travaux pratiques couvrant tous les sujets marqués «✓» dans le tableau.
2. Les lectures indiquées ne sont là qu'à titre indicatif. L'enseignant est libre de choisir un autre document de référence.

2 Organisation

Cette section propre à l'approche pédagogique de chaque enseignante ou enseignant présente la méthode pédagogique, le calendrier, le barème et la procédure d'évaluation ainsi que l'échéancier des travaux. Cette section doit être cohérente avec le contenu de la section précédente.

2.1 Méthode pédagogique

- Une semaine comprend normalement 4 heures de cours constituées d'un exposé magistral de 2 heures en mode comodal (présentiel et télé-enseignement synchrone, avec enregistrement) et d'une séance d'exercices de 2 heures effectuée en laboratoire ou en classe.
- Le cours comporte 5 travaux pratiques.
- Des exercices sont fournis à la fin de chaque chapitre dans les notes de cours; ils devraient être faits par l'étudiant.e, particulièrement ceux du chapitre 4 sur les automates, étant donné qu'il n'y a pas de devoirs sur les automates et qu'ils comptent pour au moins 30 % de l'examen final.

Compte tenu du contexte actuel (pandémie due au COVID-19), il se peut que le cours ait lieu en totalité ou en partie à distance d'une façon différente de ce qui est énoncé ci-dessus. Notez que vous en serez informés rapidement si tel est le cas.

2.2 Calendrier

| Semaine | Date | Thème | Devoirs |
|---------|------------|-------------------|-----------------|
| 1 | 2021-08-30 | 1 et 2 | |
| 2 | 2021-09-06 | 1 et 2 | |
| 3 | 2021-09-13 | 1 et 2 | Remise Devoir 1 |
| 4 | 2021-09-20 | 1 et 2 | |
| 5 | 2021-09-27 | 3 | Remise Devoir 2 |
| 6 | 2021-10-04 | 3 | Remise Devoir 3 |
| 7 | 2021-10-11 | 3 et 4 | |
| 8 | 2021-10-18 | Examen périodique | |
| 9 | 2021-10-25 | Relâche | |
| 10 | 2021-11-01 | 5 | Remise Devoir 4 |
| 11 | 2021-11-08 | 4 | |
| 12 | 2021-11-15 | 4 | |
| 13 | 2021-11-22 | 5 | Remise Devoir 5 |
| 14 | 2021-11-29 | 5 | |
| 15 | 2021-12-06 | 5 | |
| 16 | 2021-12-13 | Examen final | |

2.3 Évaluation

| | |
|--------------|------|
| Devoirs (5) | 20 % |
| Examen intra | 40 % |
| Examen final | 40 % |

- Les dates de soumission et remise des devoirs sont à titre indicatif et sujettes à changement en fonction de l'évolution de la session.
- Les devoirs sont remis avec TurninWeb (soumission par courriel refusée).
- Aucun retard accepté; la note 0 sera attribuée à tout devoir remis en retard.
- Vous pouvez soumettre votre devoir autant de fois que vous voulez avec TurninWeb; la dernière soumission remplace la précédente; il faut resoumettre tous les fichiers.
- Il vaut mieux soumettre un devoir incomplet à temps qu'un devoir complet en retard.
- Les devoirs se font en équipe de 4 personnes.

2.3.1 Qualité de la langue et de la présentation

Conformément à l'article 17 du règlement facultaire d'évaluation des apprentissages² l'enseignante ou l'enseignant peut retourner à l'étudiante ou à l'étudiant tout travail non conforme aux exigences quant à la qualité de la langue et aux normes de présentation.

2.3.2 Plagiat

Le plagiat consiste à utiliser des résultats obtenus par d'autres personnes afin de les faire passer pour sien et dans le dessein de tromper l'enseignante ou l'enseignant. Vous trouverez en annexe un document d'information relatif à l'intégrité intellectuelle qui fait état de l'article 9.4.1 du Règlement des études³. Lors de la correction de tout travail individuel ou de groupe une attention spéciale sera portée au plagiat. Si une preuve de plagiat est attestée, elle sera traitée en conformité, entre autres, avec l'article 9.4.1 du Règlement des études de l'Université de Sherbrooke. L'étudiante ou l'étudiant peut s'exposer à de graves sanctions qui peuvent être soit l'attribution de la note E ou de la note zéro (0) pour un travail, un examen ou une activité évaluée, soit de reprendre un travail, un examen ou une activité pédagogique. Tout travail suspecté de plagiat sera transmis au Secrétaire de la Faculté des sciences. Ceci n'indique pas que vous n'avez pas le droit de coopérer entre deux équipes, tant que la rédaction finale des documents et la création du programme restent le fait de votre équipe. En cas de doute de plagiat, l'enseignante ou l'enseignant peut demander à l'équipe d'expliquer les notions ou le fonctionnement du code qu'elle ou qu'il considère comme étant plagié. En cas d'incertitude, ne pas hésiter à demander conseil et assistance à l'enseignante ou l'enseignant afin d'éviter toute situation délicate par la suite.

2.4 Échéancier des travaux

Les dates de remise des travaux seront indiquées sur les énoncés.

2.5 Utilisation d'appareils électroniques et du courriel

Selon le règlement complémentaire des études, section 4.2.3⁴, l'utilisation d'ordinateurs, de cellulaires ou de tablettes pendant une prestation est interdite à condition que leur usage soit explicitement permise dans le plan de cours.

Dans ce cours, l'usage de téléphones cellulaires, de tablettes ou d'ordinateurs est autorisées. Cette permission peut être retirée en tout temps si leur usage entraîne des abus.

Tel qu'indiqué dans le règlement universitaire des études, section 4.2.3⁵, toute utilisation d'appareils de captation de la voix ou de l'image exige la permission de la personne enseignante.

Note : L'utilisation du courriel est recommandée pour poser vos questions.

3 Matériel nécessaire pour l'activité pédagogique

On utilise trois logiciels dans le cadre du cours (Tarski's World, Panda et ProB). Ils sont disponibles dans les laboratoires du Département d'informatique. Vous pouvez aussi les installer sur votre ordinateur personnel ; des liens vers le logiciel sont donnés sur la page web du cours. Dafny sera aussi utilisé pour illustrer la preuve automatique de programmes.

4 Références

- [1] ABRIAL, J.-R. : *The B-book : Assigning Programs to Meanings*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 1996. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [2] GRIES, D. AND SCHNEIDER, F. B. : *A Logical Approach to Discrete Math*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1993. Manuel disponible à la bibliothèque.

²https://www.usherbrooke.ca/sciences/fileadmin/sites/sciences/Etudiants_actuels/Informations_academiques_et_reglements/2017-10-27_Reglement_facultaire_-_evaluation_des_apprentissages.pdf

³<https://www.usherbrooke.ca/registraire/droits-et-responsabilites/reglement-des-etudes/>

⁴https://www.usherbrooke.ca/sciences/fileadmin/sites/sciences/documents/Intranet/Informations_academiques/Sciences_Reglement_complementaire_2017-05-09.pdf

⁵<https://www.usherbrooke.ca/registraire/droits-et-responsabilites/reglement-des-etudes/>

- [3] JACKSON, DANIEL : *Software Abstractions : Logic, Language, and Analysis*. The MIT Press, 2012. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [4] K. H. ROSEN : *Discrete Mathematics and Its Applications, Fourth Edition*. McGraw-Hill, 1999. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [5] LALEMENT, R. : *Logique, réduction, résolution*. Masson, Paris, 1990. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [6] MARC FRAPPIER : *Logique et mathématiques discrètes - Notes de cours*. Département d'informatique, Université de Sherbrooke, 2020. <http://info.usherbrooke.ca/mfrappier/mat115/ref/mat115-notes-de-cours.pdf>.
- [7] MARCHAND, M. : *Outils mathématiques pour l'informaticien : mathématiques discrètes : cours et exercices corrigés*. Bruxelles : De Boeck, 2005. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [8] T. A. SUDKAMP : *Languages and Machines : An Introduction to the Theory of Computer Science, Third Edition*. Addison Wesley, 2005. Manuel disponible à la bibliothèque.



L'intégrité intellectuelle passe, notamment, par la reconnaissance des sources utilisées. À l'Université de Sherbrooke, on y veille!

Extrait du Règlement des études (Règlement 2575-009)

9.4.1 DÉLITS RELATIFS AUX ÉTUDES

Un délit relatif aux études désigne tout acte trompeur ou toute tentative de commettre un tel acte, quant au rendement scolaire ou une exigence relative à une activité pédagogique, à un programme ou à un parcours libre.

Sont notamment considérés comme un délit relatif aux études les faits suivants :

- a) commettre un plagiat, soit faire passer ou tenter de faire passer pour sien, dans une production évaluée, le travail d'une autre personne ou des passages ou des idées tirés de l'œuvre d'autrui (ce qui inclut notamment le fait de ne pas indiquer la source d'une production, d'un passage ou d'une idée tirée de l'œuvre d'autrui);
 - b) commettre un autoplagiat, soit soumettre, sans autorisation préalable, une même production, en tout ou en partie, à plus d'une activité pédagogique ou dans une même activité pédagogique (notamment en cas de reprise);
 - c) usurper l'identité d'une autre personne ou procéder à une substitution de personne lors d'une production évaluée ou de toute autre prestation obligatoire;
 - d) fournir ou obtenir toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle, pour une production faisant l'objet d'une évaluation;
 - e) obtenir par vol ou toute autre manœuvre frauduleuse, posséder ou utiliser du matériel de toute forme (incluant le numérique) non autorisé avant ou pendant une production faisant l'objet d'une évaluation;
 - f) copier, contrefaire ou falsifier un document pour l'évaluation d'une activité pédagogique;
- [...]

Par plagiat, on entend notamment :

- Copier intégralement une phrase ou un passage d'un livre, d'un article de journal ou de revue, d'une page Web ou de tout autre document en omettant d'en mentionner la source ou de le mettre entre guillemets;
- reproduire des présentations, des dessins, des photographies, des graphiques, des données... sans en préciser la provenance et, dans certains cas, sans en avoir obtenu la permission de reproduire;
- utiliser, en tout ou en partie, du matériel sonore, graphique ou visuel, des pages Internet, du code de programme informatique ou des éléments de logiciel, des données ou résultats d'expérimentation ou toute autre information en provenance d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans en citer les sources;
- résumer ou paraphraser l'idée d'un auteur sans en indiquer la source;
- traduire en partie ou en totalité un texte en omettant d'en mentionner la source ou de le mettre entre guillemets ;
- utiliser le travail d'un autre et le présenter comme sien (et ce, même si cette personne a donné son accord);
- acheter un travail sur le Web ou ailleurs et le faire passer pour sien;
- utiliser sans autorisation le même travail pour deux activités différentes (autoplagiat).

Autrement dit : mentionnez vos sources
